

1305 I Curvas y Superficies 1

Sección Departamental de Matemática Aplicada I **SDMA**

Grupo A (mañana)

Eugenia Rosado
Coordinadora-Profesora Titular

Esta asignatura dota al estudiante de una formación básica en el campo de la geometría diferencial de curvas y superficies con el objetivo de que el estudiante utilice las técnicas de esta disciplina en la resolución de problemas geométricos que puedan surgir en el planteamiento de proyectos arquitectónicos.

Grupo B (mañana) Grupo G (tarde)

Ascensión Moratalla
Profesora Colaboradora

Durante el curso se presentan y analizan las propiedades geométricas de una amplia variedad de curvas y superficies, dando también a conocer métodos para construir curvas y superficies a partir de otras, enriqueciendo y ampliando de este modo la visión espacial y geométrica del estudiante.

Las definiciones paramétricas de curvas y superficies permiten introducir nociones de arquitectura paramétrica mediante programas de ordenador.

Además, durante el curso se presentan ejemplos arquitectónicos destacados en el uso de superficies con el objetivo de que el estudiante comprenda y aprenda a analizar las formas geométricas en el ámbito de la Arquitectura.

Grupo C (mañana)

Sonia L. Rueda
Profesora Titular

Para valorar las capacidades geométricas que los estudiantes desarrollan a lo largo del curso les solicitamos realizar un proyecto. En particular en dos de los grupos del cuatrimestre de otoño del curso 2017/18 se han realizado los siguientes proyectos:

1) Diseño para un parque infantil de una superficie generada a partir de una curva aplicando una transformación (traslación, rotación, etc) y 2) estudio de una curva o superficie con nombre propio, en concreto el alumno ha analizado las propiedades geométricas de dicha curva o superficie, diseñándola con un programa de ordenador (MAPLE, Geogebra o Grasshopper), y analizado aplicaciones a la arquitectura de la curva o superficie estudiada.

Grupo D (mañana)

María Barbero Liñán (en inglés)
Profesora Contratada Doctora

Grupo F (tarde)

J. Francisco Padial
Profesor Titular

Grupo H (tarde)

Danilo Magistrali (en inglés)
Profesor Asociado

ASTROIDS IN THE PLAYGROUND

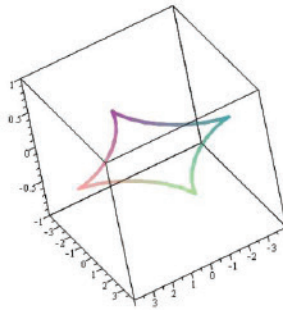
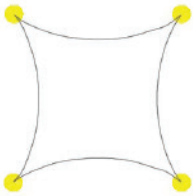
by Julia Gómez Goenaga & Beatriz A. Diago García

PROPERTIES OF THE CURVE

Parameterization

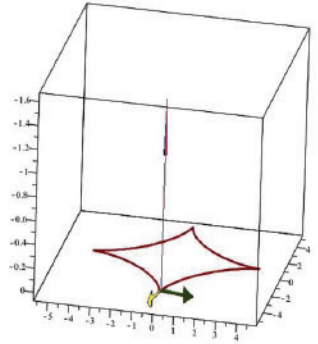
$$(3 \cos(t) + \cos(3t))e_x + (3 \sin(t) - \sin(3t))e_y$$

Singular Points



Frenet Frame

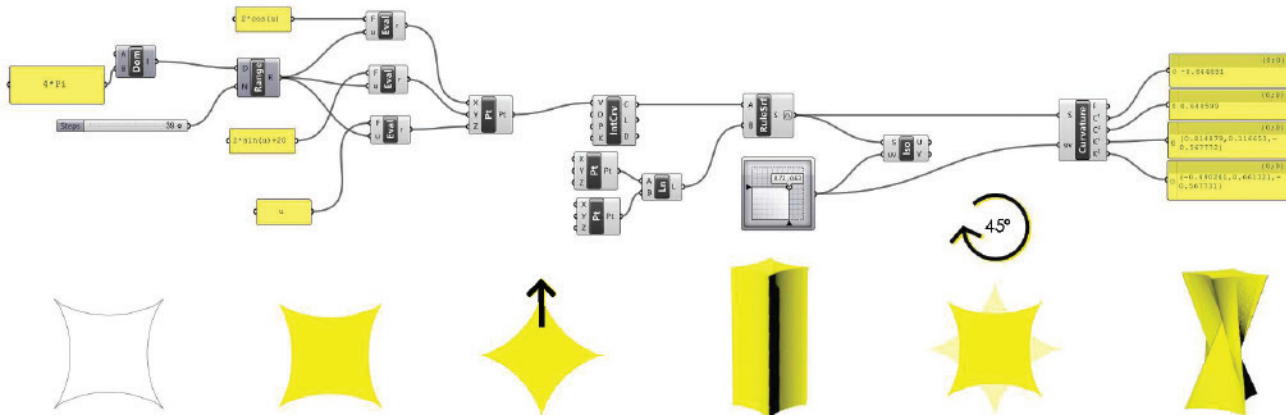
The values are in the maple file.



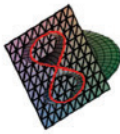
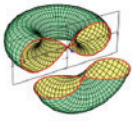
Arc length

$$\text{arc} := \int_0^t 12 \sqrt{\cos(t)^2 \sin(t)^2} dt$$

Curvature

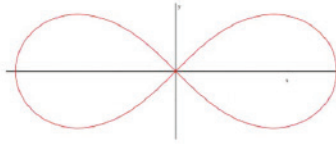


LEMNISCATE OF BERNOULLI



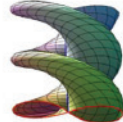
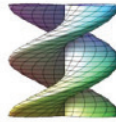
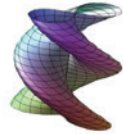
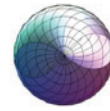
It is a polar curve whose most common form is the locus of the points the product of whose distances from two fixed points (called: "the foci") a distance $2a$ away is the constant a^2 .

The lemniscate is a plane curve whose implicit equation is:
 $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$

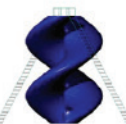
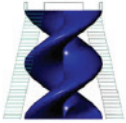


The curve can be obtained as the inverse transform of a hyperbola and with the inversion circle centered at the center of the hyperbola.

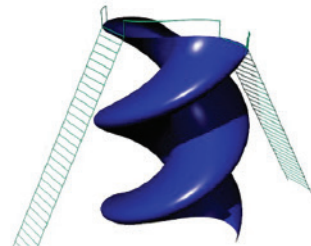
The parameterization of the curve is:
 $r(t) = (\sin(t)/(1+\cos^2(t)), \sin(t)\cos(t)/(1+\cos^2(t)), 0)$



The surface has been obtained with the revolution of the curve (OZ as axis) adding the constant increasing of the z coordinate.



Insertion of the object in the playground



Design of the object in the playground

From the lemniscata we have created the surface and using it we have designed a slide for a playground. The surface is used as a double slide. We added two stairs and manipulated the surface in order to create an exit for the slide. This exit is also based in the lemniscata.



Curve: Intersection of two cylinders



Surface: tubular



Elevation1



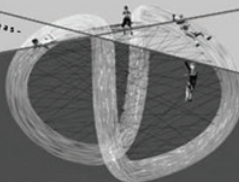
Elevation 2



View from above

-Toys are not really as innocent as they look. Toys and games are the preludes to serious ideas-

BICYLINDRICAL CURVE



PLAYING WITH CURVES

PAULI

POISSON

BOTELLA DE KLEIN

Es una superficie ideada por el alemán Felix Klein en 1882, quien demostró que las geometrías métricas, euclidianas o no euclidianas, constituyen casos particulares de la geometría proyectiva.

La botella de Klein, es una superficie que no puede incrustarse en el espacio euclidiano tridimensional, sin embargo, añadiendo una dimensión más conseguimos que pase a través de sí misma sin necesidad de agujero.

El concepto de la botella de Klein se concibió como la unión de dos tiras tridimensionales de Möbius unidas en sus extremos, como resultado obtenemos una superficie de una cara, cerrada, sin borde y no orientable que contradiciendo nuestra intuición, no tiene interior ni exterior.



Bottle Klein House

McBride Charles Ryan
Península de Mornington, Australia
258 m2

<http://www.housemagine.com/2012/03/02/klein-bottle-house-by-mcbride-charles-ryan/>

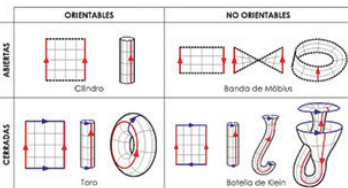


Curvas y Superficies

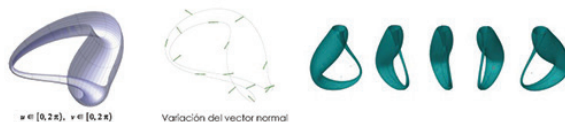
Para la construcción, empezamos con un cuadrado y pegamos las bordes de modo que las flechas coincidan.

El cilindro y la banda de Möbius son superficies infinitas, así que para representarnos solo tomamos un trozo de su extensión y juntamos las flechas para formar la superficie.

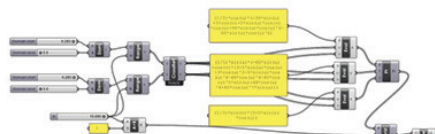
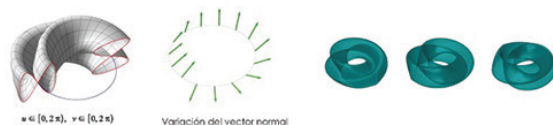
En el toro, las flechas azules tienen el mismo sentido, mientras que en la botella de Klein van en sentidos contrarios, lo que la hace retorcerse en sí misma antes de juntarse.



Parametrización 1

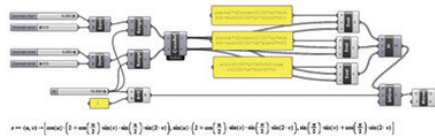


Parametrización 2



$$x = (1 + \cos v) \cos u, y = (1 + \cos v) \sin u, z = \sin v$$

$$x = (1 + \cos v) \cos u, y = (1 + \cos v) \sin u, z = \sin v$$



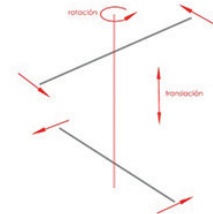
$$x = (1 + \cos v) \cos u, y = (1 + \cos v) \sin u, z = \sin v$$

$$x = (1 + \cos v) \cos u, y = (1 + \cos v) \sin u, z = \sin v$$

CONOIDE DE PLÜCKER

CONOIDE DE PLÜCKER

El conoide de Plücker se genera por la traslación y giro de segmentos de recta alrededor de un eje central.



EL AUTOR

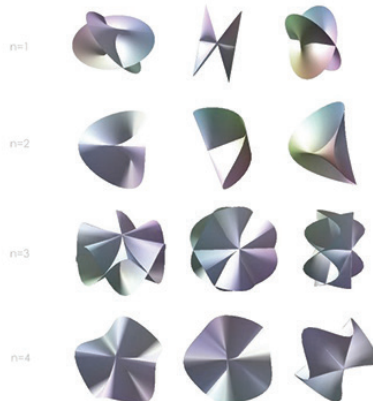
Julius Plücker fue un importante matemático y físico alemán. Nació en una pequeña ciudad del Imperio Alemán (Bonn) en el año 1801 y falleció en el año 1884. Destaca por ser el descubridor de las rayas catódicas. Se dedicó a la enseñanza, trabajó en universidades como la de Halle y Bonn, donde esto último donde llevó a cabo la mayor parte de su actividad científica. Realizó varias investigaciones, destacaron las que realizó en el campo de las matemáticas sobre la geometría analítica. Se especializó en la teoría de curvas algebraicas y formuló un teorema concerniente a las curvas planas, definió un sistema de coordenadas, demostró tangencias, y ciertas relaciones que se establecen entre el orden, el número de puntos de inflexión y de puntos singulares de las curvas algebraicas. Sin embargo, como ya hemos dicho antes, su trabajo más destacado fue su investigación sobre las rayas catódicas, realizada junto a H. Geissler. Además, otras aportaciones fueron su estudio sobre las propiedades eléctricas de los gases y las propiedades de las lámparas de arco.

APLICACIONES A LA ARQUITECTURA

No encontramos una representación como tal en arquitectura del Conoide de Plücker. A pesar de ello, el Oceanográfico de Valencia de Félix Candela presenta mucha similitud con el Conoide de Plücker de $n=3$. El proceso que realmente sigue el arquitecto es la unión de varios paraboloides hiperbólicos.

VARIACIONES

Hemos observado las variaciones de la superficie en función del valor de n .



Programa generado a través del software de Maple.

PARAMETRIZACIÓN

$$x = u \cos v$$

$$y = u \sin v$$

$$z = a \cos v \quad (u=p, v=\theta)$$