

# ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

## HOJA 2

1. Calcula la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales

a.  $y' = \frac{y}{x}$

b.  $y' = \frac{e^x}{(1+e^x)y}$

c.  $y' = \frac{y^3 - y}{1 + y^2}$

d.  $y' = y^2$

e.  $y' = \frac{x^2}{1 + y^2}$

f.  $\frac{x^2 + 1}{yx} dx - (xy + x) dy = 0$

g.  $\frac{x}{e^y} dx - (x^2 + x) dy = 0$

2. Comprobar que las siguientes ecuaciones son homogéneas y resolverlas

a.  $(x^2 + y^2)dx + xydy = 0$

b.  $y' = \frac{y^3}{x^3}$

c.  $(x^3 - x^2y)dx - x^2ydy = 0$

d.  $y' = \frac{x^2 - y^2}{xy + x^2}$

e.  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$

3. Resolver las siguientes ecuaciones

a.  $y' - 5y = 1$

b.  $y' - 2xy = x$

c.  $y' - 2xy = 2x^3$

d.  $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$

e.  $(1 + x^2)y' + 2xy = \operatorname{tg} x$

4. Encontrar la solución a los problemas de valores iniciales siguientes

a.  $y' - y = 2xe^{2x} \quad y(0) = 1$

b.  $y + y' = \frac{e^{-x}}{1 + x^2} \quad y(0) = 0$

$$\text{c. } xy' + 2y = \operatorname{sen} x \qquad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\text{d. } y' = 2 - \frac{y}{x} \qquad y(1) = 1$$

5. Resolver las siguientes ecuaciones

$$\text{a. } y' + xy = xy^{-3}$$

$$\text{b. } x^2 y' + 2xy - y^2 = 0$$

$$\text{c. } xy' + y = y \ln x$$

$$\text{d. } y' = y - 2y^2$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de Bernoulli:

$$\text{a. } y' - 4\frac{y}{x} = x\sqrt{y}$$

$$\text{b. } -y + xy' \ln x = -y^3(1 - 3 \ln x)$$

$$\text{c. } y' - 2y = (x+1)y^4$$

7. Encuentra la familia de curvas que satisfagan

- El segmento de la recta tangente cortado por los ejes está bisecado por el punto de tangencia.
- La longitud entre el corte de la recta normal con el eje OX y la abscisa del punto, es 1.
- La distancia de un punto genérico al origen de coordenadas es igual a la longitud del segmento de recta normal comprendido entre dicho punto y el eje OY.
- La pendiente de la tangente en cualquier punto es igual a la ordenada aumentada en 3 unidades.
- La pendiente de la tangente en cada punto es  $n$  veces la pendiente de la recta que une dicho punto con el origen de coordenadas.
- La abscisa del punto de corte de la recta normal con el eje OX es igual al cuadrado de la ordenada del punto de tangencia.

8. Encuentra la familia de curvas con la siguiente propiedad: si consideramos el punto T, intersección con el eje OX de la recta normal en un punto cualquiera P de la curva, se tiene que la distancia del punto T al origen de coordenadas coincide con la distancia del punto P al eje OX.