

ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN

HOJA 3

1. Se detecta una población de calamares mutantes en el océano Pacífico que crece a un ritmo inversamente proporcional al número de individuos en la población. Si después de 3 días de observación el número de individuos es 120 ejemplares, ¿en qué momento la población superará los 260 individuos?
2. Se considera una esfera de hielo que se derrite a razón proporcional al área de su superficie. Hallar una expresión para el volumen de la esfera en cualquier unidad de tiempo.
3. En un cultivo de microbios la tasa de crecimiento del número de microbios en un instante dado es proporcional a la cantidad en dicho momento. Si hay una cantidad 10^4 al cabo de tres horas y $4 \cdot 10^4$ después de cinco horas, ¿cuántos había al principio?
4. Entre los alumnos de la asignatura de Cálculo se extiende el rumor (falso) de que se va a dar aprobado general en la asignatura. Si hay 1000 alumnos matriculados y el rumor se extiende de manera proporcional al número de alumnos que todavía no lo han oído, ¿cuántos días tardarán en saberlo 950 alumnos si a los 2 días lo sabían 850 alumnos? Partimos del hecho que el rumor viene de una fuente externa y en el instante inicial ningún alumno conocía la noticia.
5. Un cuerpo se calienta de manera que su temperatura T aumenta con una rapidez proporcional al tiempo t . Durante ese tiempo se enfría de manera proporcional a la diferencia de temperatura con la temperatura ambiente T_0 . Determina la ecuación que rige el proceso.
6. Halla la familia de curvas ortogonales a cada una de las familias de curvas dadas.
 - a. $y = cx$
 - b. $x^2 - y^2 = c$
 - c. $x^2 - xy + y^2 = c^2$, $c > 0$ Determina la curva que pasa por el punto (0,1)
 - d. $y(cx + 1) = x$
 - e. $y = cx^2$
7. Halla las trayectorias ortogonales a la familia de rectas que pasas por el punto (3,2).
8. Halla y representa las trayectorias ortogonales a las circunferencias de radio 1 y centros sobre el eje OY.