

SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

HOJA 6

1. Para cada uno de los siguientes sistemas halla una matriz fundamental que verifique $\Phi(0)=I$

a.
$$\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 4y_2 \\ y_2' = -2y_1 + 3y_2 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 5y_1 + 2y_2 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} y_1' = 5y_1 - 4y_2 \\ y_2' = -y_1 + y_2 \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} y_1' = 4y_1 - 3y_2 \\ y_2' = 8y_1 - 6y_2 \end{cases}$$

e.
$$\begin{cases} y_1' = 2y_1 \\ y_2' = 3y_2 \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} y_1' = -4y_1 - y_2 \\ y_2' = y_1 - 2y_2 \end{cases}$$

g.
$$\begin{cases} y_1' = -y_1 - y_2 \\ y_2' = y_1 - y_2 \end{cases}$$

h.
$$\begin{cases} y_1' = -4y_1 - y_2 \\ y_2' = -4y_2 \end{cases}$$

2. Calcula la solución general de los siguientes sistemas

a.
$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2 \\ y_2' = 4y_1 - 4y_2 + 9e^x \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 - 5x + 2 \\ y_2' = 4y_1 - 2y_2 - 8x - 8 \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 - e^x \\ y_2' = 4y_1 - 2y_2 + e^x \end{cases}$$

3. El sistema $Y'(x)=A(x)Y(x)+F(x)$, con $x>0$ y $F(x)=(0,x)$ admite por matriz

fundamental $\Phi(x)=\begin{pmatrix} e^x & 1+x \\ e^x & 1 \end{pmatrix}$. Determina

- a. La matriz $A(x)$.

- b. La solución que en $x=1$ toma el valor $\begin{pmatrix} e^{-5} \\ e^{-7} \end{pmatrix}$

4. Calcula la solución general de los siguientes sistemas

$$\text{a. } \begin{cases} y_1' = y_1 + y_2 \\ y_2' = y_1 + y_2 + y_3 \\ y_3' = y_2 + y_3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} y_1' = 4y_1 + 6y_2 \\ y_2' = -3y_1 - 5y_2 + y_3 \\ y_3' = -3y_1 - 6y_2 + y_3 \end{cases}$$

$$\text{c. } \begin{cases} y_1' = -4y_1 - 2y_2 + 3y_3 \\ y_2' = 2y_1 - 3y_3 \\ y_3' = -3y_1 - 3y_2 + y_3 \end{cases} \quad \text{con } y_1(0) = 1 \quad y_2(0) = 0 \quad y_3(0) = 1$$

$$\text{d. } \begin{cases} y_1' = -y_2 - y_3 + e^{-x} \\ y_2' = y_2 + y_3 + e^{-x} \\ y_3' = y_1 - y_2 - 2y_3 - 3e^{-x} \end{cases} \quad \text{con } y_1(0) = 1 \quad y_2(0) = 2 \quad y_3(0) = 3$$