

CONTINUIDAD DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

HOJA 1

1. Determinar el dominio, la imagen de las siguientes funciones. Realiza sus gráficas con maple.

a. $f(x, y) = \ln(x + y)$

b. $f(x, y) = \frac{x + y}{|x + y|}$

c. $f(x, y) = \frac{3}{4 - x^2 - y^2}$

d. $f(x, y) = \text{sen}(x \cdot y)$

e. $f(x, y) = \frac{5}{x^2 + 3y^2}$

2. Estudiar la existencia de los siguientes límites

a. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

b. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$

c. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$

d. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{xy}{x^2 + (y-1)^2}$

e. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(y^2 - x)^2}{x^2 + y^4}$

3. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en el punto (0,0)

a. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

b. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2(x^3 + y^2) + x^4}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

4. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones en su dominio de definición

a. $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4}$

$$\text{b. } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{c. } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^4 + y^4} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

5. Estudiar si estas funciones se pueden prolongar por continuidad a todos los puntos del plano.

$$\text{a. } f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^4 + 4y^2}$$

$$\text{b. } f(x, y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$$

$$\text{c. } f(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$$

$$\text{d. } f(x, y) = \frac{-xy^2}{x^2 + y^4}$$

$$\text{e. } f(x, y) = \frac{2x^2 y + y^3}{(x^2 + y^2)}$$

$$\text{f. } f(x, y) = \frac{(y^2 - 3x)^2}{x^2 + y^4}$$