

EXTREMOS DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES

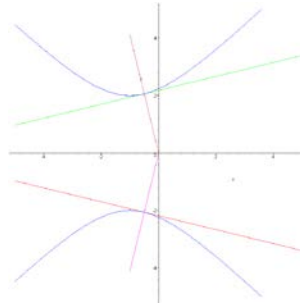
HOJA 4

1. La resistencia de un cierto tipo de hormigón viene dada por la función $f(x, y) = x^4 + y^3 - 2x^2 + 3y^2$ donde x representa la cantidad de cemento e y la cantidad de aditivo que contiene la mezcla. Hallar la composición que proporciona una resistencia máxima.
2. Hallar los extremos de la función $f(x, y) = 2x + 2y - x^2 - y^2 + 2$ en la placa triangular del plano $z=0$ acotado por las rectas $x = 0$, $y = 0$, $y = 9 - x$.
3. El recinto $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 4\}$ está cubierto por una bóveda cuya altura en cada punto viene dada por la función $f(x, y) = 2x^5 + 2y^5 - 5x^2 - 5y^2$, y está rodeado de un muro vertical y cilíndrico.
Calcular las alturas máxima y mínima de la bóveda y del muro.
4. El recinto $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 1\}$ está cubierto por una bóveda cuya altura viene dada por la función $f(x, y) = \frac{1}{4}(2 + x - x^3 - y^2)$, y está rodeado de un muro vertical y cilíndrico.
Calcular las alturas máxima y mínima de la bóveda y del muro.
5. El recinto $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 4\}$ está cubierto por una bóveda cuya altura viene dada por la función $f(x, y) = 4x^3 + 4y^2 - 6x^2 + 10$. y está rodeado de un muro vertical y cilíndrico.
Calcular las alturas máxima y mínima de la cubierta y del muro.
6. El recinto $A = \{(x, y) / x^2 + y^2 \leq 4\}$ está cubierto por una bóveda cuya altura viene dada por la función $f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 2y^2$. y está rodeado de un muro vertical y cilíndrico.
Calcular las alturas máxima y mínima de la bóveda y del muro.
7. Sea $f(x, y) = x^4 + y^4 - 8x^2 + 8y^2 + 17$.
 - a. Calcular y clasificar sus extremos relativos.
 - b. Calcular sus extremos absolutos en el conjunto $A = \{(x, y) / x^4 + y^4 \leq 36\}$.
8. Sea $f(x, y) = x^4 + y^3 - 2x^2 + 3y^2$.
 - a. Calcular y clasificar sus extremos relativos.
 - b. Calcular sus extremos absolutos en el conjunto $A = \{(x, y) / 4x^2 + 3y^2 \leq 9\}$.

9. Calcular las distancias máximas y mínimas del origen de coordenadas a la elipse $x^2 + 2xy + 3y^2 = 9$

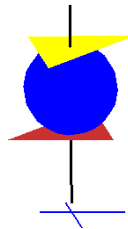
10. Calcular la mínima distancia del origen de coordenadas a la curva

$$x^2 - y^2 + 2x + 5 = 0$$



11. Hallar los puntos de la curva $x^4 + y^4 + 3xy - 2 = 0$ más cercanos y más lejanos al origen de coordenadas.

12. Calcular las distancias máximas y mínima del punto (2,1,2) a la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.



13. Hallar el punto del hiperboloide $6x^2 + 15y^2 + 3z^2 - 6xz + 12yz + 9z + 40 = 0$ más cercano al plano XY.

14. Encontrar el punto del plano $2x + 3y + 4z = 12$ en el que la función $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z$ alcanza su valor mínimo.

15. Dada la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^4 + y^4 + a(2x^2 + y^2)$ Se pide:

- Hallar sus máximos y mínimos locales (o relativos) según los distintos valores de a .
- Hallar los valores máximo y mínimo de la función sobre el recinto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1\}$ en los casos $a = -1$ y $a = 5$

16. Hallar a y b sabiendo que, en el punto (1,3,1), la función

$f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + bxy + az$ tiene un extremo condicionado sobre la superficie esférica $x^2 + y^2 + z^2 = 11$