

CUESTIONARIO 7. MÉTODO DE GAUSS SOLUCIÓN

1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 3y + z = 12 \end{cases}$$
 utiliza el método de Gauss para

obtener un sistema equivalente cuya matriz de los coeficientes sea diagonal.

Solución:

Matriz ampliada del sistema:
$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 & 12 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array} \right)$$

2. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases}$$
 utiliza el método de Gauss para

obtener un sistema equivalente cuya matriz de los coeficientes sea triangular superior.

Solución:

Matriz ampliada del sistema:
$$\left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

3. Calcula el rango de la siguiente matriz utilizando Gauss
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \\ -5 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$\left(\begin{array}{cccc} 4 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 4 \\ -5 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ -5 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 11 \\ 0 & 0 & 9 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{29}{18} \end{array} \right)$$

El rango de A es 4

4. Dada la matriz
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$
, halla su inversa utilizando Gauss.

Solución:

$$\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \rightsquigarrow \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \frac{-5}{16} & \frac{15}{32} & \frac{3}{32} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{16} & \frac{-3}{32} & \frac{1}{32} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4}{16} & \frac{8}{32} & \frac{-1}{32} \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-5}{16} & \frac{15}{32} & \frac{3}{32} \\ \frac{1}{16} & \frac{-3}{32} & \frac{1}{32} \\ \frac{4}{16} & \frac{8}{32} & \frac{-1}{32} \end{pmatrix}$$