

CUESTIONARIO 6. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

SOLUCIÓN

Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales, se pide:

1. Matriz de los coeficientes.
2. Matriz ampliada.
3. Expresión matricial del sistema de ecuaciones.
4. Clasificación del sistema en función del teorema de Rouché-Frobenius.
5. Solución del sistema en los casos de sistemas compatibles

$$1. \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 3y + z = 12 \end{cases}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 3 & 1 & 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix}$$

sistema compatible determinado, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$2. \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 2y + z = 10 \end{cases}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - t \\ -1 + t \\ t \end{pmatrix}$

$$3. \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 2x + 3y - z = 5 \\ 3x + 2y + z = 11 \end{cases}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 11 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}$$

sistema incompatible no tiene solución

$$4. \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$5. \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

sistema compatible indeterminado, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t \\ t \\ t \end{pmatrix}$