

CUÁDRICAS

1. Clasificar y obtener los puntos singulares de la cuádrica

$$Q: x^2+2z^2+3t^2+xy-3xz+4xt-yz+3yt-7zt=0$$

¿Existen cuádricas con sólo dos puntos singulares?

2. Se considera la familia de cuádricas del espacio proyectivo

$$F_m: mx^2+my^2-2mz^2+2xy-(6+2m)xt=0$$

Se pide:

- a) Clasificar las cuádricas degeneradas del haz en función de m.
3. Sea Q la cuádrica cuya ecuación es $2x^2+y^2+3z^2+4t^2-4xt+6zt=0$. Se pide:
- a) Clasificación.
- b) Polo del plano $2x+6z+3t=0$.
- c) Ecuación del plano tangente a Q en el punto $P=[1, 1, -1, 1]$.
- d) Cono tangente a Q con vértice en $V=[4, 0, -1, 1]$.
- e) Cilindro tangente a Q cuyas generatrices son paralelas a la dirección $v=(0, 0, 1)$.
4. En el espacio proyectivo se consideran las cuádricas que tienen por ecuación:
- $Q_1: 1/2 x^2+1/2 y^2-2z^2+3t^2+5xy-6xt-6yt+4zt=0$
 - $Q_2: z^2-4t^2+2xy+4xt-2yt-2zt=0$
 - $Q_3: 2x^2+y^2+3z^2+4t^2-4xt+6zt=0$
 - $Q_4: 4x^2+z^2+4t^2+8xt+2yt=0$
 - $Q_5: -2x^2+z^2+4t^2+8xt+2yt=0$

Para cada una de las cuádricas anteriores se pide:

- a) Clasificar.
- b) Hallar el centro, los ejes y los planos principales.
- c) Determinar la ecuación del cono asintótico.
- d) Obtener la ecuación reducida.
5. Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones: Sea Q una cuádrica regular
- a) ¿El plano tangente a Q que contiene a un punto P cualquiera, es el plano polar de P?
- b) ¿La variedad tangente a Q es siempre un plano?
6. En el espacio proyectivo se considera la cuádrica
- $$Q: 3x^2-2y^2-2z^2+t^2+6xt+2yt-4zt=0$$

Se pide:

- a) Clasificación y ecuación reducida de Q .
- b) Centro, ejes y planos principales de Q .
- c) Cilindro circunscrito a Q de generatrices paralelas al eje OY .
- d) Clasificar las cuádricas degeneradas del haz de cuádricas $kQ+k't^2=0$ tal que $\{k,k'\} \in \mathbb{R}$ y $(k,k') \neq (0,0)$.

7. En el espacio afín euclídeo tridimensional referido a una referencia ortonormal se considera la cuádrica

$$Q: x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1 - 16x_3 - 3 = 0$$

Se pide:

- a) Clasificar Q .
- b) Hallar el lugar geométrico de las rectas tangentes a la cuádrica que pasan por el polo del plano $x_3=2$.
- c) Comprobar que el lugar geométrico del apartado anterior es una cuádrica. Clasificarla y determinar sus puntos singulares.

8. En el espacio afín proyectivizado se considera la cuádrica

$$Q: (x-t)^2 + (y-t)^2 - 2(z-2t)^2 - t^2 = 0$$

Se pide:

- a) Clasificación y ecuación reducida de Q .
- b) Centro, ejes y planos principales de Q .
- c) Ecuación del cono circunscrito a Q , Q_1 , con vértice en el punto $[1,1,2,1]$.
- e) Clasificar las cuádricas degeneradas del haz de cuádricas $kQ+k'Q_1=0$ tal que $\{k,k'\} \in \mathbb{R}$ y $(k,k') \neq (0,0)$.

9. En el espacio afín euclídeo tridimensional y proyectivizado referido a la referencia ortonormal $R = (O, B)$ se considera la cuádrica

$$Q: 2xt - 2tz + 2xy + 2xz + 2yz = 0$$

- a) Clasifica la cuádrica.
- b) Escribe su forma reducida.
- c) Halla la ecuación del plano principal π correspondiente al valor propio simple.
- d) Determina la ecuación del cilindro circunscrito a la cuádrica de generatrices paralelas a una recta perpendicular al plano π .