

DIAGONALIZACIÓN

EJERCICIOS DE REPASO

1. Sea el espacio vectorial (R, R^3) , $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ su base y f el endomorfismo

$$\text{definido por: } \begin{cases} f(e_1) = 2e_1 + e_2 - e_3 \\ f(e_2) = 2e_2 - 2e_3 \\ f(e_3) = -2e_2 - e_3 \end{cases}$$

Se pide:

- Escribir la expresión matricial de f respecto de la base B ; ¿es biyectivo?
- Calcular sus autovalores. ¿Es diagonalizable? En caso afirmativo, hallar una base de vectores propios.

2. Sea el espacio vectorial (R, R^3) , $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ su base y f el endomorfismo

$$\text{definido por: } \begin{cases} f(e_1) = 3e_1 + 2e_2 + 2e_3 \\ f(e_2) = -2e_1 - 2e_2 - e_3 \\ f(e_3) = 2e_1 + e_2 \end{cases}$$

Se pide:

- Escribir la expresión matricial de f respecto de la base B ;
- Calcular sus autovalores. ¿Es diagonalizable? En caso afirmativo, hallar una base de vectores propios.

3. Sea el espacio vectorial (R, R^4) , $B = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ base y g

endomorfismo tal que:

$\{e_2, e_4\}$ es una base del subespacio propio asociado al autovalor $\lambda = 2$

$\{e_1 + e_2 + e_3 + e_4\}$ es una base del núcleo de g ;

$$g(e_1 - e_3) = e_1 - e_3$$

Se pide:

- Escribir la expresión matricial de g respecto de la base B .
- Determinar la matriz asociada al endomorfismo respecto de la base $B' = \{e_2, e_4, e_1 + e_2 + e_3 + e_4, e_1 - e_3\}$.
- Hallar los autovalores, y si procede, determinar una base de autovectores y la matriz respecto de ella. Escribir la relación de esta matriz diagonal con la matriz calculada en el apartado a)

4. Sea el espacio vectorial (R, R^3) , $B = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$ y

$B' = \{(0,1,0), (1,0,-1), (1,-1,0)\}$ dos bases. Los vectores de B' son autovectores asociados a los autovalores $-1, -1$ y 1 respectivamente para el endomorfismo f .

Se pide:

- Hallar una la matriz asociada a f respecto de la base B .
- ¿Es un endomorfismo diagonalizable? Razonar la respuesta. Calcular la matriz diagonal y relacionarla con la matriz calculada en el apartado a)