

CÁLCULO. Hoja 18.

Deflexión de una viga

La curva que describe la deformación que experimenta la viga al aplicar una carga sobre ella se conoce como *curva de deflexión* o *curva elástica*, $u(x)$.

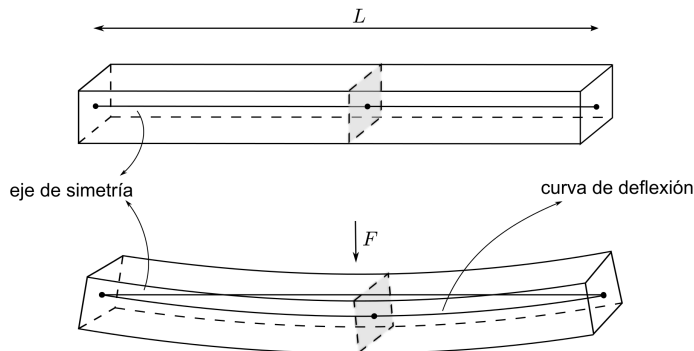


Figure 1: Eje de simetría. Curva de deflexión.

$$EIu^{IV}(x) = \omega(x), \quad (1)$$

Las condiciones de contorno van a depender de cómo estén físicamente los extremos de la viga.

(a) Extremo empotrado

Las condiciones de contorno para el extremo empotrado $x = x_0$ son:

$$\begin{cases} u(x_0) = 0, \\ u'(x_0) = 0. \end{cases}$$

(b) Extremo apoyado

Las condiciones de contorno en el extremo apoyado $x = x_0$ son

$$\begin{cases} u(x_0) = 0, \\ u''(x_0) = 0. \end{cases}$$

(c) **Extremo libre** Las condiciones de contorno en el extremo libre $x = x_0$ son

$$\begin{cases} u''(x_0) = 0, \\ u'''(x_0) = 0. \end{cases}$$

Ejercicios

1. Calcular la deflexión de una viga de longitud L empotrada en ambos extremos si una carga ω_0 está distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud. Determinar también la ley del momento flector y el esfuerzo cortante.

Solución:

$$u(x) = \frac{\omega_0}{24EI}x^4 - \frac{\omega_0 L}{12EI}x^3 + \frac{\omega_0 L^2}{24EI}x^2$$

$$M(x) = -\frac{\omega_0}{2}x^2 + \frac{\omega_0 L}{2}x - \frac{\omega_0 L^2}{12}.$$

$$V(x) = M'(x) = -\omega_0 x + \frac{\omega_0 L}{2}.$$

2. Calcular la deflexión de una viga de 1 metro de longitud empotrada en el extremo izquierdo y libre en el derecho, si una carga ω_0 está distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud.

Solución:
$$u(x) = \frac{\omega_0}{24EI}x^4 - \frac{\omega_0}{6EI}x^3 + \frac{\omega_0}{4EI}x^2$$

3. Calcular la deflexión de una viga de 1 metro de longitud apoyada en los dos extremos, si una carga ω_0 está distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud.

Solución:
$$u(x) = \frac{\omega_0}{24EI}x^4 - \frac{\omega_0}{12EI}x^3 + \frac{\omega_0}{24EI}x$$

4. Calcular la deflexión de una viga de 1 metro de longitud empotrada en el extremo izquierdo y apoyada en el derecho, si una carga ω_0 está distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud.

Solución:
$$u(x) = \frac{\omega_0}{24EI}x^4 - \frac{5\omega_0}{48EI}x^3 + \frac{\omega_0}{16EI}x^2$$

5. Hallar la expresión analítica de la curva de deflexión de una viga de longitud L empotrada en el extremo izquierdo y libre en el derecho suponiendo que $\omega(x) = \omega_0 \frac{L-x}{L}$. Para los valores $\omega_0 = 3EI$ y $L = 1/2$ representar gráficamente la curva y calcular la deflexión máxima.

Solución:
$$u(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{16}x^2$$

 Deflexión máxima: 0.00625

6. Hallar la expresión analítica de la curva de deflexión de una viga de longitud L apoyada en ambos extremos suponiendo que $\omega(x) = \omega_0 x^2/L$ para los valores $\omega_0 = 4EI$ y $L = 2$. Representar gráficamente la curva.

Solución:
$$u(x) = \frac{1}{180}x^6 - \frac{2}{9}x^3 + \frac{32}{45}x.$$

7. Hallar la expresión analítica de la curva de deflexión de una viga de 1 metro de longitud empotrada en su extremo izquierdo y apoyada en el derecho suponiendo que $\omega(x) = (2 + 4 \cos x)EI$.

Solución:
$$u(x) = \frac{1}{12}x^4 + 4 \cos x + \left(3 \cos 1 - \frac{53}{24}\right)x^3 + \left(\frac{49}{8} - 7 \cos 1\right)x^2 - 4.$$

