

APELLIDOS.....NOMBRE.....Nº exp.:
A

- (1 punto) Definir base de un espacio vectorial V y coordenadas de un vector $\vec{v} \in V$ respecto de una base B de V .
- (1 punto) Sea $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ una base de un espacio vectorial V . Probar que las coordenadas de un vector $\vec{v} \in V$ respecto de la base B son únicas.
- (3 puntos) Se considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$ con base B y sean S y T subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$ dados por $S = \{(\beta, \beta, \alpha - 2\beta, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$ y $T = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_3 + 2x_2 = 0, x_1 - x_4 = 0\}$. Se pide:

(a) Ecuaciones cartesianas de S .

(b) Una base de T .

(c) Una base de $S \cap T$.

(d) ecuaciones cartesianas de $S + T$.

(e) Una base de un subespacio vectorial W de $\mathbb{R}^4$ que satisfaga $\mathbb{R}^4 = T \oplus W$.

- (5 puntos) Estudiar, razonando las respuestas, si las siguientes afirmaciones son verdaderas.

(a) Sea W el subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ generado por el siguiente conjunto de vectores:

$$G = \{(1, 2, 1), (0, 1, 0), (1, 0, -1), (1, 1, -1)\}.$$

Entonces $W = \mathbb{R}^3$.

- El conjunto $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z = 0, x - y + z = 0, x - z = 0\}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$ de dimensión 1.
- Sean $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4 \in \mathbb{R}^3$ cuatro vectores no nulos y distintos entre sí. Sea W el subespacio generado por esos cuatro vectores. Entonces se verifica que $W = \mathbb{R}^3$.
- Sea W el subespacio vectorial generado por tres vectores $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3 \in \mathbb{R}^4$ y sea $\vec{v} \in \mathbb{R}^4$ tal que $\vec{v} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3$ y $\vec{v} = 2\vec{u}_1 - \vec{u}_3$. Entonces se verifica que $\dim W \leq 2$.
- Sean $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ vectores linealmente independientes. Los vectores $\{\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} + \vec{w}, \vec{v} + \vec{w}\}$ son linealmente independientes.