

APELLIDOS.....NOMBRE.....Nº exp:.....
GRUPO:

1. Sea f un endomorfismo de $\mathbb{R}^2$ con autovalores $\lambda_1 \neq \lambda_2$ y ninguno nulo y sean $\vec{v}$ y $\vec{w}$ autovectores asociados a λ_1 y λ_2 respectivamente. Demuestra que $\vec{v}$ y $\vec{w}$ son linealmente independientes.

2. Se considera la base $B = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4)$ de $\mathbb{R}^4$ y la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ con expresión analítica

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-x_2 + x_3, -7x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 4x_4, -x_1 + x_3 - x_4, -2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4).$$

Se pide:

- (a) Matriz asociada a f en la base B .

$$A = M_{BB}(f) = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

- (b) Hallar una matriz P no singular y una matriz D diagonal tales que: $A = PDP^{-1}$.

$$D = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \end{pmatrix}$$

- (c) ¿Es f una aplicación inyectiva? ¿Es f sobreyectiva? Razona las respuestas.

- (d) Ecuaciones cartesianas del subespacio $\text{Im } f$.

(e) Ecuaciones paramétricas del subespacio de autovectores asociado al autovalor $\lambda = -1$.

(f) Ecuaciones cartesianas del subespacio de autovectores asociado al autovalor $\lambda = 3$.

(g) Hallar la matriz asociada a f en la base $B' = \{2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3, \quad -\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_4, \quad \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4 \quad -\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + \vec{e}_4\}$.

$$M_{B'B'}(f) = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

(h) Hallar los autovalores de la matriz A^{30} .