

APELLIDOS.....

NOMBRE..... Exp.....

1. (1 punto) Determinése la curvatura y la torsión de la curva C definida por las siguientes ecuaciones cartesianas:

$$\begin{aligned} -x^2 + y^2 - z^2 &= 7, & y &\geq 0, \\ x^2 + z^2 &= 2. \end{aligned}$$

2. (1 punto) Señálense los puntos singulares de la curva $\vec{\alpha}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t, 0)$, $t \in \mathbb{R}$:

- (a) 0 (b) $\pi/2$ (c) $-3\pi/2$
 (d) $-\pi$ (e) $\pi/3$ (f) π
 (g) -1 (h) 2π (i) $\pi/6$

3. (3 puntos) Se considera la curva C con parametrización

$$\vec{\sigma}(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t), \sin(t), \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t) \right), \quad t \in [0, 2\pi).$$

Se pide:

- (a) Vectores del Triedro de Frenet de C en un punto arbitrario $P = \vec{\sigma}(t)$.

Vector tangente unitario:

Vector normal:

Vector binormal:

- (b) Torsión de C en un punto genérico de la curva.

- (c) ¿Es C una curva plana? En caso afirmativo, calcular la ecuación cartesiana del plano que la contiene.

4. (3 puntos) Se considera la curva C con parametrización

$$\vec{r}(t) = (3 \cos(t), 3 \sin(t), 4t), \quad t \in [0, 4\pi),$$

y los puntos $P = (3, 0, 0)$ y $Q = (3, 0, 8\pi)$. Se pide:

- (a) La torsión de C en un punto genérico de la curva.

- (b) La curvatura de C en un punto genérico de la curva.

- (c) Los planos coordenados del Triedro de Frenet en el punto P .

- (d) Las ecuaciones paramétricas de la circunferencia centrada en el punto P , con radio $R = 1$ y contenida en el plano normal a la curva en P .

- (e) Longitud de la curva entre los puntos P y Q .

5. (2 puntos) Hallar la intersección de la superficie reglada formada por las rectas tangentes a la curva C con parametrización

$$\vec{r}(t) = (t^3, t^2, t), \quad t \in [0, 5],$$

con el plano $z = 0$. Hacer un esbozo de la curva C y la curva intersección encontrada.