

1. Sea la superficie S con parametrización:

$$\vec{r}(u, v) = \left((1+v) \cos(u), (1+v) \sin(u), \frac{\sin(10u)}{5} \right),$$

con $0 \leq u \leq 2\pi$, $-1 \leq v \leq 1$. Se pide:

- (a) Hallar el vector director de las generatrices de S .
 - (b) Hallar una directriz de S .
 - (c) Puntos singulares.
 - (d) Hallar el vector normal y el plano tangente de S en el punto $P = (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 1/5)$.
 - (e) Hallar las curvas coordenadas que contienen al punto P .
 - (f) Hallar una parametrización de la curva intersección de la superficie S con el cilindro $x^2 + y^2 = 1/4$.
 - (g) Hallar el ángulo que forman la curva del apartado f) con la generatriz que contiene al punto de coordenadas $(1, 0, 0)$.
 - (h) Clasificar los puntos regulares de dicha superficie.
2. Se considera el paraboloides hiperbólico S dado por la ecuación: $x^2 - y^2 = z$. Se pide:
- (a) Obtener una parametrización reglada de la superficie tomando la línea de estiración como directriz de la representación.
 - (b) Obtener las ecuaciones paramétricas de las dos generatrices que contienen al punto P de coordenadas $(2, 0, 4)$.
 - (c) Hallar el coseno del ángulo que forman entre si las dos direcciones asintóticas de la superficie en un punto arbitrario de la superficie.
 - (d) Hallar el coseno del ángulo que forman entre si las dos direcciones asintóticas de la superficie en el punto P de coordenadas $(2, 0, 4)$.
 - (e) Curvatura media y curvatura de Gauss de la superficie en el punto P de coordenadas $(2, 0, 4)$.
 - (f) Hallar una parametrización de la curva C intersección del paraboloides hiperbólico S con el cilindro $x^2 + y^2 = 1$.
3. Sea la superficie S con parametrización $\vec{r}(u, v) = (u, v, u^2 + \sin(v))$, con $-1 \leq u \leq 1$, $0 \leq v \leq 2\pi$. Se pide:
- (a) Primera forma fundamental.
 - (b) Puntos singulares.
 - (c) Vector tangente y ecuación cartesiana del plano tangente de S en el punto P de coordenadas $(1, \pi, 1)$.
 - (d) Curvas coordenadas que pasan por el punto P .

- (e) Segunda forma fundamental.
- (f) Clasificar sus puntos regulares.

4. Sea la superficie S con parametrización:

$$\vec{r}(u, v) = (u + v, u - v, -2u^3 + 6u^2v + 6uv^2 - 2v^3).$$

Se pide:

- (a) Primera y Segunda forma fundamental.
- (b) Puntos singulares.
- (c) Ecuación cartesiana del plano tangente en el punto P de coordenadas $(1, 1, -2)$.
- (d) Líneas coordenadas correspondientes a la parametrización dada y que contienen al punto P de coordenadas $(1, 1, -2)$.
- (e) Direcciones y curvaturas principales en el punto P de coordenadas $(1, 1, -2)$.
- (f) Direcciones asintóticas en el punto P de coordenadas $(1, 1, -2)$.
- (g) ¿Es S una superficie reglada?
- (h) Dibujar los resultados obtenidos.

5. Sea la superficie S con parametrización

$$\vec{r}(u, v) = (\cos(u)/2 - v \sin(u)/2, \sin(u) + v \cos(u), u + v), \quad 0 \leq u \leq 2\pi, -2 \leq v \leq 2.$$

Se pide:

- (a) Primera forma fundamental.
- (b) Puntos singulares.
- (c) Plano tangente y vector normal en el punto $P = (1/2, 1, 1)$.
- (d) Segunda forma fundamental en el punto $P = (1/2, 1, 1)$.
- (e) Direcciones y curvaturas principales en $P = (1/2, 1, 1)$.
- (f) Estudiar si es desarrollable o alabeada. Calcular la arista de retroceso o línea de estricción en su caso.
- (g) Clasificar los puntos de dicha superficie.