

MATEMATICAS con MAPLE

Práctica I de Cálculo diferencial

1. Los comandos `plot3d`, `implicitplot` y `contourplot`.

Representar las gráficas de las siguientes funciones reales de dos variables reales y hallar sus respectivas curvas de nivel:

$$\begin{aligned}f_1(x, y) &= \frac{x^3}{y}, & f_5(x, y) &= x^2 y^2, \\f_2(x, y) &= x^2 + y^2, & f_6(x, y) &= x + y + 1, \\f_3(x, y) &= \sqrt{x^2 + y^2}, & f_7(x, y) &= x^2 - y^2, \\f_4(x, y) &= xy, & f_8(x, y) &= \sin(\pi x) \sin(\pi y);\end{aligned}$$

2. Continuidad de funciones de dos variables.

(a) Se considera la función

$$f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}.$$

Representar la gráfica de f , la curva imagen por f de la recta $y = 2x$; esto es, $f(x, 2x)$ y la curva imagen por f de la recta $y = x/2$; esto es, $f(x, x/2)$.

(b) Se considera la función

$$g(x, y) = \frac{xy^3}{x^2 + y^6}.$$

Representar la gráfica de g , la curva imagen por g de la recta $y = 2x$; esto es, $g(x, 2x)$ y la curva imagen por g de la curva $x = y^3/4$; esto es, $g(y^3/4, y)$.

3. ENTREGA. Se considera la función

$$\begin{aligned}f: \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}, \\(x, y) &\longmapsto \frac{x^2 + y^2}{\ln(1 - x^2 - y^2)}.\end{aligned}$$

Se pide:

- (a) Hallar el dominio de f .
- (b) Hacer un esbozo de la gráfica de dicha función.
- (c) Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$\begin{aligned}g: \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R}, \\(x, y) &\longmapsto \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{\ln(1 - x^2 - y^2)} & \text{si } 1 > x^2 + y^2 > 0 \\ -1 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \\ x^2 + y^2 - 1 & \text{si } 1 \leq x^2 + y^2 \end{cases}\end{aligned}$$

y hacer un esbozo de su gráfica.

Comandos de MAPLE relacionados con esta práctica

- Para representar gráficamente curvas y superficies necesitamos cargar previamente el paquete *plots*:

[>with(plots):

- Usaremos el comando *display* cuando queremos representar varias curvas o superficies en un mismo dibujo.
- Para representar las curvas de nivel de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, podemos utilizar el comando *contourplot*.

Representación en $\mathbb{R}^2$

- Representación de una curva en $\mathbb{R}^2$ de ecuación cartesiana: $F(x, y) = 0$:

[> implicitplot(F(x,y)=0, x=a..b, y=c..d);

Representación en $\mathbb{R}^3$

- Representación de una superficie S de $\mathbb{R}^3$ que es la gráfica de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, esto es, la superficie tiene ecuaciones paramétricas: $x = x, y = y, z = f(x, y)$:

[> plot3d(f(x,y), x=a..b, y=c..d);

[> plot3d([x, y, f(x,y)], x=a..b, y=c..d);

- Representación de una curva γ de $\mathbb{R}^3$ que tiene ecuaciones paramétricas: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$:

[> spacecurve([x(t),y(t),z(t)], t=a..b);