

MATEMATICAS con MAPLE

Práctica II de Cálculo diferencial

1. Se considera la función:

$$f_1(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

Se pide:

- (a) Representar la gráfica de f_1 .
- (b) Estudiar la continuidad de f_1 en el punto $(0, 0)$ calculando los siguientes límites:

$$\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ y=0}} f_1(x, y), \quad \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x=0}} f_1(x, y), \quad \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ y=2x}} f_1(x, y)$$

2. Se considera la función:

$$f_2(x, y) = \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$$

Se pide:

- (a) Representar la gráfica de f_2 .
- (b) Estudiar la continuidad de f_2 en el punto $(0, 0)$ calculando los siguientes límites:

$$\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ y=mx}} f_2(x, y), \quad \lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x=my^3}} f_2(x, y)$$

3. Se considera la función:

$$f_3(x, y) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

Se pide:

- (a) Representar la gráfica de f_3 .
- (b) Calcular las derivadas parciales de f_3 en un punto arbitrario (x, y) .
- (c) Hallar la derivada de f_3 en el punto $(1, 0)$ en la dirección del vector $(1, 2)$.
- (d) Hallar la derivada de f_3 en el punto $(1, 0)$ en la dirección del vector $(3, 1)$.

4. Se considera la función:

$$f_4(x, y) = \cos\left(\frac{2y^2 + x^2}{4}\right)$$

Se pide:

- (a) Representar la gráfica de f_4 .
- (b) Hallar las siguientes derivadas direccionales de f_4 en el punto $(-1, 1)$: $D_{\theta=0}f_4(-1, 1)$, $D_{\theta=\pi/6}f_4(-1, 1)$, $D_{\theta=\pi/4}f_4(-1, 1)$, $D_{\theta=\pi/2}f_4(-1, 1)$ y $D_{\theta=3\pi/4}f_4(-1, 1)$.

5. **ENTREGA.** Se considera la función:

$$f_5(x, y) = \frac{x^3 + y^3 + x^4}{x^2 + y^2}$$

Se pide:

- (a) Representar la gráfica de f_5 .
- (b) Hallar las siguientes derivadas direccionales de f_5 en el punto $(1, 1)$: $D_{\theta=0}f_5(1, 1)$, $D_{\theta=\pi/6}f_5(1, 1)$, $D_{\theta=\pi/4}f_5(1, 1)$, $D_{\theta=\pi/2}f_5(1, 1)$ y $D_{\theta=3\pi/4}f_5(1, 1)$.

Comandos de MAPLE relacionados con esta práctica

- Para representar gráficamente curvas y superficies necesitamos cargar previamente el paquete *plots*:

[>with(plots):

- Usaremos el comando *limit* cuando queremos calcular límites.
- Usaremos el comando *diff* para calcular derivadas. Por ejemplo las derivadas parciales de $f(x, y)$ se calcularían con los siguientes comandos:

[>diff(f(x,y),x):

[>diff(f(x,y),y):

Representación en $\mathbb{R}^3$

- Representación de una superficie S de $\mathbb{R}^3$ que es la gráfica de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, esto es, la superficie tiene ecuaciones paramétricas: $x = x$, $y = y$, $z = f(x, y)$:

[> plot3d(f(x,y), x=a..b, y=c..d);

ó también

[> plot3d([x, y, f(x,y)], x=a..b, y=c..d);

- Representación de una curva γ de $\mathbb{R}^3$ que tiene ecuaciones paramétricas: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$:

[> spacecurve([x(t),y(t),z(t)], t=a..b);