

## MATEMATICAS con MAPLE

### Práctica III de Cálculo diferencial

#### Polinomio de Taylor de una función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ en un punto $a$

La expresión del polinomio de Taylor de orden  $n$  de una función  $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \longmapsto f(x)$ , en un punto  $a$  es la siguiente:

$$p_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{1}{2}f''(a)(x-a)^2 + \frac{1}{3!}f'''(a)(x-a)^3 + \cdots + \frac{1}{n!}f^{(n)}(a)(x-a)^n.$$

1. Se considera  $f(x) = \sqrt[3]{2+x}$ . Se pide:
  - (a) Polinomio de Taylor de orden 1 de  $f$  en el punto  $a = -1$ .
  - (b) Polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $a = -1$ .
  - (c) Polinomio de Taylor de orden 3 de  $f$  en el punto  $a = -1$ .
  - (d) Representar las gráficas de dichos polinomios junto con la gráfica de la función.
  - (e) Dar un valor aproximado de  $\sqrt[3]{1'5}$ .
2. Se considera la función  $f(x) = e^{x^2-1}$ . Se pide:
  - (a) Polinomio de Taylor de orden 1 de  $f$  en el punto  $a = 1$ .
  - (b) Polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $a = 1$ .
  - (c) Polinomio de Taylor de orden 3 de  $f$  en el punto  $a = 1$ .
  - (d) Representar las gráficas de dichos polinomios junto con la gráfica de la función.

#### Polinomio de Taylor de una función $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ en un punto $(a, b)$

La expresión del polinomio de Taylor de orden 1 de una función  $f(x, y)$ , en un punto  $(a, b)$  es la siguiente:

$$p_1(x, y) = f(a, b) + f_x(a, b)(x-a) + f_y(a, b)(y-b).$$

La expresión del polinomio de Taylor de orden 2 de una función  $f(x, y)$ , en un punto  $(a, b)$  es la siguiente:

$$\begin{aligned} p_2(x, y) = & f(a, b) + f_x(a, b)(x-a) + f_y(a, b)(y-b) \\ & + \frac{1}{2} [f_{xx}(a, b)(x-a)^2 + 2f_x(a, b)f_y(a, b)(x-a)(y-b) + f_{yy}(a, b)(y-b)^2]. \end{aligned}$$

1. Se considera la función  $f(x, y) = e^{x^2+y}$ . Se pide:
  - (a) Polinomio de Taylor de orden 1 de  $f$  en el punto  $(1, 0)$ .
  - (b) Polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $(1, 0)$ .
  - (c) Representar las gráficas de dichos polinomios junto con la gráfica de la función.

2. Se considera la función  $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$ . Se pide:
- (a) Polinomio de Taylor de orden 1 de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ .
  - (b) Polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ .
  - (c) Representar las gráficas de dichos polinomios junto con la gráfica de la función.
3. **ENTREGA.** Se considera la función  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$ . Se pide:
- (a) Dominio de la función  $f(x, y)$ .
  - (b) Polinomio de Taylor de orden 1 de  $f$  en el punto  $(2, 2)$ .
  - (c) Polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $(2, 2)$ .
  - (d) Representar las gráficas de dichos polinomios junto con la gráfica de la función en un entorno del punto  $(2, 2)$ .