

MATEMATICAS con MAPLE

Práctica V

Integración sobre un conjunto acotado Sea $f: D \longrightarrow \mathbb{R}$, una función acotada definida sobre un recinto acotado $D \subset \mathbb{R}^2$.

Caso 1 Sea $D = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)\}$, con φ_1 y φ_2 funciones continuas definidas en $[a, b]$, tales que $\varphi_1(x) \leq \varphi_2(x)$, para todo $x \in [a, b]$. Se tiene:

$$\int \int_D f(x, y) dx dy = \int_a^b \left(\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy \right) dx.$$

Comandos de MAPLE

```
[> plot3d(f(x, y), x = a..b, y = \varphi_1(x).. \varphi_2(x));  
[> int(int(f(x, y), y = \varphi_1(x).. \varphi_2(x)), x = a..b);
```

Caso 2 Sea $D = \{(x, y) \mid c \leq y \leq d, \varphi_1(y) \leq x \leq \varphi_2(y)\}$, con φ_1 y φ_2 funciones continuas definidas en $[c, d]$, tales que $\varphi_1(y) \leq \varphi_2(y)$, para todo $y \in [c, d]$. Se tiene:

$$\int \int_D f(x, y) dx dy = \int_c^d \left(\int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} f(x, y) dx \right) dy.$$

Comandos de MAPLE

```
[> plot3d(f(x, y), x = \varphi_1(y).. \varphi_2(y), y = c..d);  
[> int(int(f(x, y), x = \varphi_1(y).. \varphi_2(y)), y = c..d);
```

Ejercicios

1. Calcular el volumen comprendido entre el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y el plano $z = 0$ sobre el recinto del plano $R = [-1, 1] \times [0, 1]$. Representar el cuerpo cuyo volumen queremos calcular.
2. Calcular el volumen comprendido entre el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y el plano $z = 0$ sobre el recinto del plano $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$. Representar la región D y el cuerpo cuyo volumen queremos calcular.
3. Calcular $\int \int_D (x^2 - y) dx dy$ siendo D la región comprendida entre las gráficas de las curvas $y = x^2$, $y = -x$ y las rectas $x = -1$, $x = 1$. Representar la región D y la gráfica de la función $f(x, y) = x^2 - y$ sobre los puntos de la región D .
4. Representar el recinto D limitado por las circunferencias de radios 1 y 2 respectivamente y centro el origen de coordenadas. Representar la gráfica de la función $f(x, y) = x^2 y$ sobre D . Calcular la integral de la función $f(x, y) = x^2 y$ sobre D . Calcular el volumen comprendido entre la gráfica de f sobre el recinto D y el plano $z = 0$.