

```
> restart:
with(linalg):
with(plots):
```

- Ejercicio 1

Vamos a estudiar la continuidad de la siguiente función:

```
> f:=(x,y)->x*y/(x^2+y^2);
```

$$f := (x, y) \rightarrow \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

[La gráfica de la función es:

```
> Gf:=plot3d(f(x,y),x=-2..2,y=-2..2,grid=[50,50],axes=normal):
```

[Primero estudiaremos los límites de f(x,y) por distintos caminos:

[Por la recta y=x:

```
> limit(f(x,x),x=0);
```

$$\frac{1}{2}$$

[Por la recta y=2x:

```
> limit(f(x,2*x),x=0);
```

$$\frac{2}{5}$$

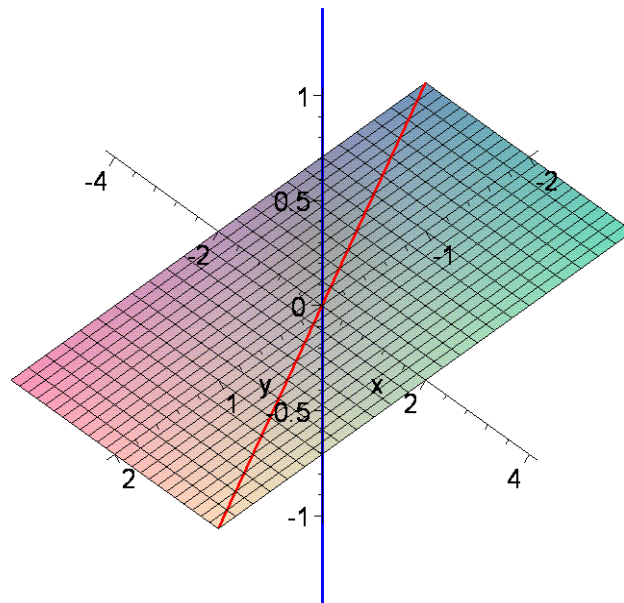
[Por una recta cualquiera que contenga al (0,0): y=mx

```
> limit(f(x,m*x),x=0);
```

$$\frac{m}{1+m^2}$$

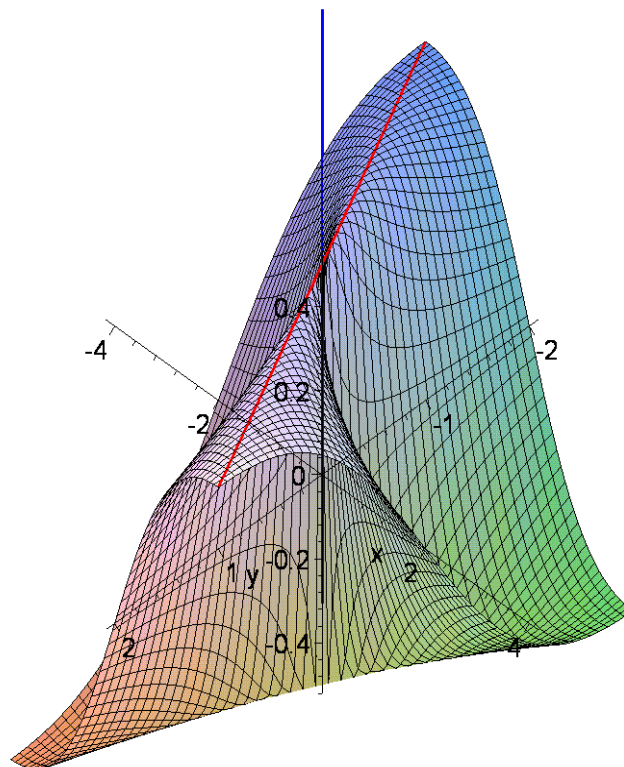
[Dibujamos las rectas por las que nos acercamos al (0,0). Están contenidas en el plano z=0.

```
> R1:=spacecurve([x,x,0],x=-2..2,color=red,thickness=3):
R2:=spacecurve([x,2*x,0],x=-2..2,color=blue,thickness=3):
Planta:=plot3d(0,x=-2..2,y=-2..2,axes=normal):
display(Planta,R1,R2);
```



Dibujamos ahora las curvas en la superficie que son imagen de las rectas $y=x$ e $y=2x$ respectivamente.

```
> C1:=spacecurve([x,x,f(x,x)],x=-2..2,color=red,thickness=3):  
  C2:=spacecurve([x,2*x,f(x,2*x)],x=-2..2,color=blue,thickness=  
  3):  
> display(Gf,C1,C2);
```



- Ejercicio 2

Vamos a estudiar la continuidad de la siguiente función:

```
> f:=(x,y)->x*y^3/(x^2+y^6);
```

$$f := (x, y) \rightarrow \frac{xy^3}{x^2 + y^6}$$

[La gráfica de la función es:

```
[ > Gf:=plot3d(f(x,y),x=-2..2,y=-2..2,grid=[50,50],axes=normal):
```

[Primero estudiaremos los límites de $f(x,y)$ por distintos caminos:

[Por la recta $y=x$:

```
> limit(f(x,x),x=0);
```

0

[Por la recta $y=2x$:

```
> limit(f(x,2*x),x=0);
```

0

Por una recta cualquiera que contenga al (0,0): $y=mx$

```
> limit(f(x,m*x),x=0);
```

0

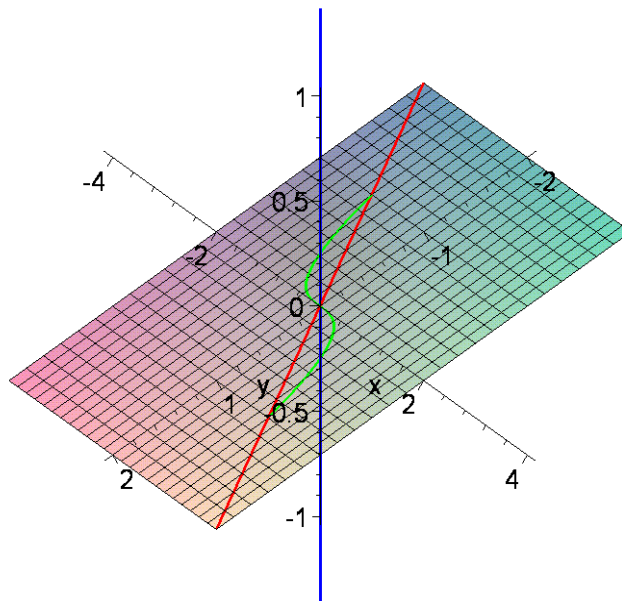
Por la curva $x=y^3$:

```
> limit(f(y^3,y),y=0);
```

$\frac{1}{2}$

Dibujamos las rectas por las que nos acercamos al (0,0) y la curva $x=y^3$. Están contenidas en el plano $z=0$.

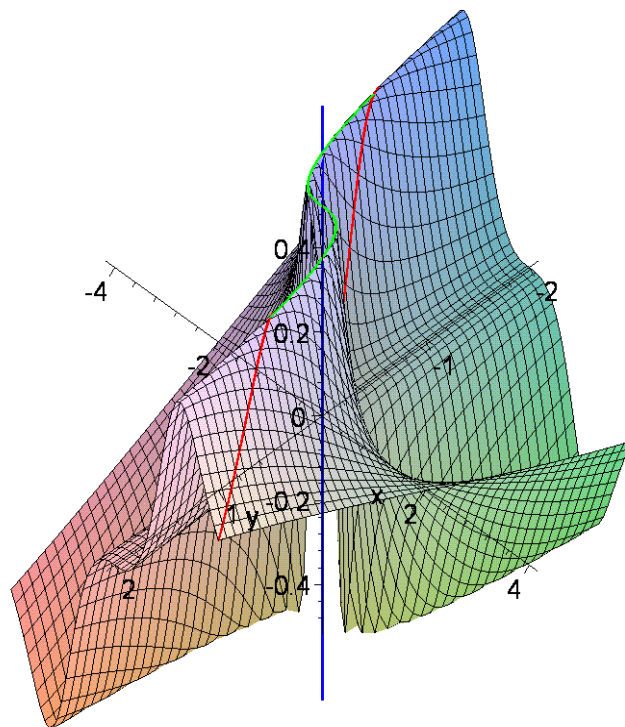
```
> R1:=spacecurve([x,x,0],x=-2..2,color=red,thickness=3):  
R2:=spacecurve([x,2*x,0],x=-2..2,color=blue,thickness=3):  
R3:=spacecurve([y^3,y,0],y=-1..1,color=green,thickness=3):  
Planta:=plot3d(0,x=-2..2,y=-2..2,axes=normal):  
display(Planta,R1,R2,R3);
```



Dibujamos ahora las curvas en la superficie que son imagen de las rectas $y=x$ e $y=2x$

respectivamente y de la curva $x=y^3$:

```
> C1:=spacecurve([x,x,f(x,x)],x=-2..2,color=red,thickness=3):  
  C2:=spacecurve([x,2*x,f(x,2*x)],x=-2..2,color=blue,thickness=  
  3):  
  C3:=spacecurve([y^3,y,f(y^3,y)],y=-1..1,color=green,thickness  
  =3):  
> display(Gf,C1,C2,C3);
```



[v
[v
[v
[v
[v
[v