

CÁLCULO

Hoja 1. Funciones reales de varias variables.

1. Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x, y) = \log(x + y)$

b) $f(x, y) = \frac{3}{4-x^2-y^2}$

c) $f(x, y) = \sqrt{\frac{x-y}{x+y} - 1}$

d) $f(x, y) = \ln(xy + x^2)$

e) $f(x, y) = \sqrt{3-x^2} + \sqrt{3-y^2}$

f) $f(x, y) = \frac{5}{x^2+3y^2}$

g) $f(x, y, z) = \sqrt{1-x^2-y^2-z^2}$

h) $f(x, y, z) = \sin\left(\frac{1}{x^2+y^2+z^2}\right)$

2. Hallar el dominio, la imagen y representar las gráficas de las siguientes funciones así como sus respectivas curvas de nivel:

a) $f(x, y) = \frac{x^3}{y}$

b) $f(x, y) = \sqrt{1-x^2-4y^2}$

c) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$

d) $f(x, y) = xy$

e) $f(x, y) = x^2 - y^2$

f) $f(x, y) = x^2 y^2$

g) $f(x, y) = x + y + 1$

h) $f(x, y) = \ln(x + y - 1)$

i) $f(x, y) = e^{x/y}$

j) $f(x, y) = e^{xy}$

k) $f(x, y) = \frac{x+y}{|x+y|}$

l) $f(x, y) = \sin(x + y)$

m) $f(x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$

n) $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\ln(1-x^2-y^2)}$

$\tilde{n}$) $f(x, y) = \begin{cases} y, & \text{si } x \leq 0 \\ y - x, & \text{si } x > 0 \end{cases}$

o) $f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{si } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 1 + \ln(x^2 + y^2), & \text{si } x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$

Comandos de MAPLE

- Lo primero que hay que hacer al abrir una hoja de cálculo con MAPLE es escribir el comando:
[> **restart**;
- Para representar gráficamente curvas, superficies necesitamos cargar previamente el paquete *plots*:
[> **with(plots)**;
- **ATENCIÓN:** En el MAPLE los **paréntesis (...)** se utilizan para los comandos; por ejemplo, solve(...), det(...), rank(...), matrix(...), etc....
Las **llaves {...}** se usan para los conjuntos o sistemas: sistemas de ecuaciones, conjunto de números, sistemas de vectores, etc...
Los **corchetes [...]** se usan para los conjuntos ordenados de elementos.
- Se puede obtener ayuda de los comandos escribiendo:
[> **? nombre del comando**;
- Representación gráfica de una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
[> **plot(f(x), x=a..b)**;
- Representación gráfica de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$:
[> **plot3d(f(x,y), x=a..b, y=c..d)**;
- El comando
[> **contourplot(f(x,y), x=a..b, y=c..d)**;
representa las imágenes por f de distintas curvas de nivel.
- Representación gráfica de una curva con ecuación cartesiana: $F(x, y) = 0$:
[> **implicitplot(F(x,y)=0, x=a..b, y=c..d, axes=normal)**;
- Representación gráfica de una superficie con ecuación cartesiana: $F(x, y, z) = 0$:
[> **implicitplot3d(F(x,y,z)=0, x=a..b, y=c..d, z=e..f, axes=normal)**;
La opción **axes=normal** representa los ejes.